Economia degli Intermediari Finanziari

Prof. Laura Nieri

Unità didattica 5 – Rendimento e rischio degli strumenti di debito

Obiettivi

- Comprendere come si calcola il rendimento lordo e netto di:
  - un’obbligazione senza cedole (zero-coupon bond; ZCB)
  - un’obbligazione con cedole:
    - Fisse
    - Variabili
- La relazione tra tasso cedolare nominale e rendimento effettivo
- Il rischio di:
  - variazioni dei tassi di mercato
  - Insolvenza dell’emittente

Il rendimento

- Diverse variabili a seconda del profilo finanziario:
  - Titoli senza cedola (zero-coupon)
    - → PrezzoRimborso-PrezzoAcquisto
  - Titoli con cedola
    - → incasso cedole
    - → guadagno in conto capitale
    - → reinvestimento cedole

Rendimento lordo dei titoli zero-coupon

+ Valore di Rimborso (VR)

t_0 t_n

- Prezzo di Acquisto (PA)

- **Durata dell'investimento (vita residua) < 12 mesi**

Essendo VR = PA x [1+ (r_{sl} x gg/360)]

$$r_{sl} = \left(\frac{VR}{PA} - 1 \right) x \frac{360}{gg}$$

r_{sl} = tasso di rendimento semplice annuo lordo

Esempio

Si acquista uno zc a 6 mesi (per semplicità, li ipotizziamo tutti di 30 gg)

PA = 95,8

VR = 100

$$r_{sl} = \left(\frac{100}{95,8} - 1 \right) x \frac{360}{180} = 0,0877 = 8,77\% \text{ annuo}$$

- Durata dell'investimento (vita residua) > 12 mesi

Essendo VR = PA x $[(1+ r_{cl})^{(gg/365)}]$

$$r_{cl} = \left[\left(\frac{VR}{PA} \right)^{\frac{365}{gg}} \right] - 1$$

dove r_{cl} indica il rendimento composto lordo

Esempio

Si acquista uno zc a 3 anni

PA = 87,88

VR = 100

$$r_{cl} = \left(\frac{100}{87,88} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,044 = 4,4\%$$

La scelta del regime nel calcolo del rendimento dipende:

- dalla vita residua dell'investimento

< 12 mesi → regime di capitalizzazione semplice

> 12 mesi → regime di capitalizzazione composta

= 12 mesi → indifferente

- dall'obiettivo della valutazione

❖ calcolare il rendimento → considerare la formula coerente con la vita residua

❖ confrontare 2 titoli con vita residua < e > 12 mesi → cap. composta

Rendimento netto dei titoli *zero-coupon*

- I BOT, come gli altri titoli di Stato, sono soggetti all'aliquota del 12,5%. Nel caso dei BOT l'imposta è corrisposta in via anticipata insieme al PA

dove $PA_{netto} = PA + imposte$

Imposte = 12,5% x (VR-PA)

$$r_{sn} = \left(\frac{VR}{PA_{netto}} - 1 \right) x \frac{360}{gg}$$

Con r_{sn} che indica il rendimento semplice netto

Esempio:

Nel caso di prima, si acquista uno zc a 6 mesi

PA = 95,8

VR = 100

Imposte = 12,5% x (100-95,8) = 0,525

PA_{netto} = 95,8 + 0,525 = 96,325

$$r_{sn} = \left(\frac{100}{96,325} - 1 \right) x \frac{360}{180} = 0,0763 = 7,63\% \text{ annuo}$$

Rispetto a 8,77% lordo

- Gli altri titoli *zero-coupon* pagano **l'imposta al momento del rimborso**

$$r_{cn} = \left[\left(\frac{VR_{netto}}{PA} \right)^{\frac{365}{gg}} \right] - 1$$

dove

r_{cn} = rendimento composto netto

VR_{netto} = VR - imposte

Imposte = 12,5% x (VR-PA)

Esempio:

Nel caso di prima, si acquista uno zc a 3 anni

PA = 87,88

VR = 100

Imposte = 12,5% x (100-87,88) = 1,515

VR_{netto} = 100 - 1,515 = 98,485

$$r_{cn} = \left[\left(\frac{98{,}485}{87{,}88}\right)^{\frac{1}{3}}\right] - 1 = 0{,}0387 = 3{,}87\%\ \text{annuo}$$

Determinazione di Prezzo di Acquisto, dati Valore di Rimborso e rendimento atteso

Investimento con vita residua < 12 mesi (Capitalizzazione semplice)

+ Valore di Rimborso (VR)

t_0 t_n

- Prezzo di Acquisto (PA)

$$PA = \frac{VR}{\left(1 + (r_{sl} \text{ x } \frac{gg}{360})\right)}$$

Esempio:

BOT con vita residua 180 gg, VR 100, r_{sl} 2,224%

$$PA = \frac{100}{\left[1 + \left(2{,}224\% \times \frac{180}{360}\right)\right]} = 98{,}90$$

- Investimento con vita residua > 12 mesi (Capitalizzazione composta)

$$PA = \frac{VR}{\left(1 + r_{cl}\right)^{\frac{gg}{365}}}$$

Esempio:

CTZ con vita residua 2 anni, VR 100, r_{cl} 3,5%

$$PA = \frac{100}{\left(1 + 3{,}5\%\right)^{2}} = 93{,}35$$

Esercizio - Valutazione di uno ZC

Il giorno 1 marzo un investitore acquista un BOT che scade tra 12 mesi (ipotizziamo mesi di 30 gg) il cui rendimento effettivo a scadenza è pari al 3,61% annuo.

- Qual dovrebbe essere il prezzo pagato dall'investitore per l'acquisto del titolo?

- Quale sarebbe il prezzo del titolo (in regime di capitalizzazione composta) se, a parità di rendimento annuo (3,61%), la scadenza fosse di 24 mesi?

Esercizio - Soluzione

=

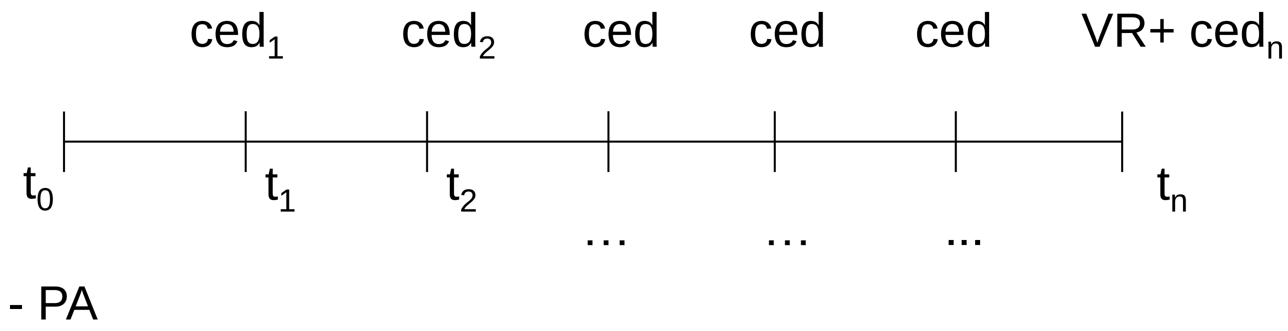
- Prezzo del titolo con scadenza tra 1 anno

$$\frac{100}{(1+r)} \Rightarrow \frac{100}{(1+3{,}61\%)} = 96{,}52$$

- Prezzo del titolo con scadenza tra 2 anni

$$\frac{100}{(1+3{,}61\%)^{\frac{720}{360}}} = 93{,}15$$

Rendimento dei titoli con cedola fissa



1. TASSO DI RENDIMENTO NOMINALE (TRN) = **Ced/VN**
2. TASSO DI RENDIMENTO IMMEDIATO (TRI) = **Ced/prezzo di negoziazione**
3. TASSO DI RENDIMENTO INTERNO o DI RENDIMENTO EFFETTIVO A SCADENZA (**TRES**) = YTM (yield to maturity)= tasso di sconto che uguaglia il valore attuale dei pagamenti attesi di un’obbligazione con il suo prezzo di mercato corrente.

In altri termini:

$$PA = \frac{ced_1}{(1+tres)} + \frac{ced_2}{(1+tres)^2} + \ldots + \frac{ced_n}{(1+tres)^n} + \frac{VR}{(1+tres)^n}$$

ATTENZIONE:

il TRES calcolato ex-post può essere differente dal TRES calcolato ex-ante

Non è detto che l'holding period dell'investimento sia pari alla vita residua del titolo e quindi che io al termine dell'investimento ottenga VR o un valore coerente con il TRES iniziale

Un esempio

- Acquisto un'obbligazione alle seguenti condizioni:
- PA = 100
- TRN = 2%, cedole annue
- Durata a scadenza= 4 anni

→TRES =2%

Ma se dopo 2 anni vendo la mia obbligazione a 99 quale sarà il rendimento?

Un esempio

- Se nel frattempo i tassi di mercato sono saliti a 2,5%, la somma dei flussi futuri (2 cedole e VN) attualizzati è inferiore a 100

- Pertanto il Tasso di rendimento ex post sarà pari a 1,5%

Caratteristiche del tres in relazione al prezzo del titolo

Prezzo	Tres
Alla pari	coincide con il tasso cedolare
Sotto la pari	è superiore al tasso cedolare
Sopra la pari	è inferiore al tasso cedolare

Infatti……

Bond biennale con una cedola **annua** (rendimento cedolare) del 10%.

r = 10%, 12%, 8%

$$€\,100 = \frac{€\,10}{1.10} + \frac{€\,100 + €\,10}{(1.10)^2}$$

Bond alla pari

$$€\,96.62 = \frac{€\,10}{1.12} + \frac{€\,100 + €\,10}{(1.12)^2}$$

Bond sotto la pari

$$€\,103.567 = \frac{€\,10}{1.08} + \frac{€\,100 + €\,10}{(1.08)^2}$$

Bond sopra la pari

Esercizio – Prezzo e tassi W

Quale delle seguenti obbligazioni – tutte con scadenza a 1 anno e cedola annua - presenta una quotazione evidentemente errata?

Titolo	Tasso nominale	Tasso Rendim Richiesto	Valore di rimborso	Quotazione
A	5%	5%	100	100
B	4%	6%	100	105
C	3%	4%	100	97,6

Esercizio – Prezzo e tassi

B è quotata sopra la pari nostante il suo TRR sia superiore al tasso cedolare

Titolo	Cedola	Tasso Rendim Richiesto	Valore di rimborso	Quotazione
A	5%	5%	100	100
B	4%	6%	100	105
C	3%	4%	100	97,6

Esercizio - Valutazione di un'Obbligazione con Cedole

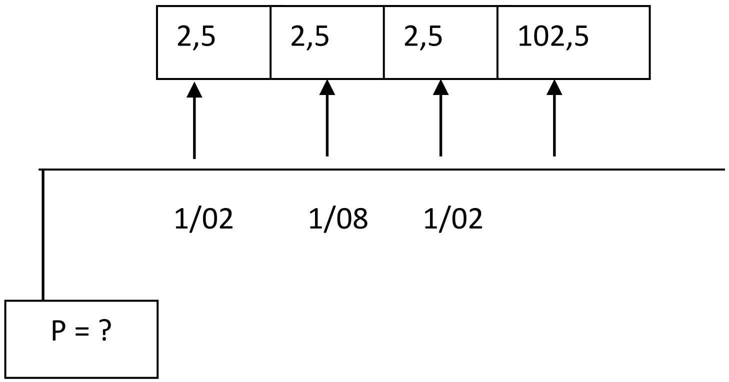
Train your brain!

Il 1/08/20xx un risparmiatore acquista un BTP con scadenza residua di 2 anni, valore nominale (VN) pari a 100 e cedola annua del 5% pagata semestralmente il primo agosto e il primo febbraio.

Si illustri il profilo finanziario e, supponendo che il rendimento richiesto dal mercato sia pari al 6% annuo, si determini il prezzo di acquisto del titolo.

Esercizio - soluzione

- Il profilo finanziario del BTP



- Il prezzo $P = \sum_{i=1}^{n} \frac{FC_i}{(1+r)^i}$

$$P = \frac{2,5}{(1+6\%)^{0,5}} + \frac{2,5}{(1+6\%)^{1}} + \frac{2,5}{(1+6\%)^{1,5}} + \frac{102,5}{(1+6\%)^{2}} = 98,3$$

Rendimento dei titoli con cedola variabile

ced_1 $ced_{rif\_(1,2)} + s$ … … … $VR + ced_{rif\_(n-1,n) + s}$

t_0 t_1 t_2 … … … t_n

\- PA

$rif_{1,2}$ = tasso di riferimento atteso per periodo da 1 a 2; s= spread o margine (ad es CCTeu http://www.dt.mef.gov.it/it/debito_pubblico/titoli_di_stato/quali_sono_titoli/ccteu/#car2)

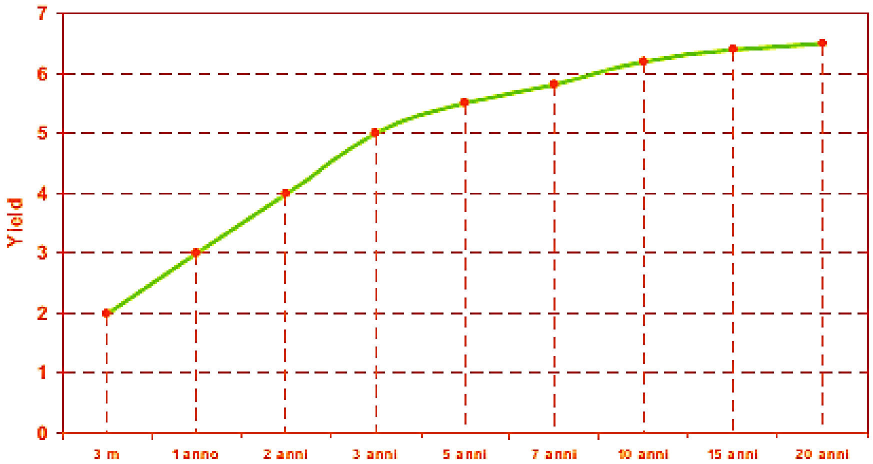
TASSO DI RENDIMENTO TENDENZIALE (**TRET**)

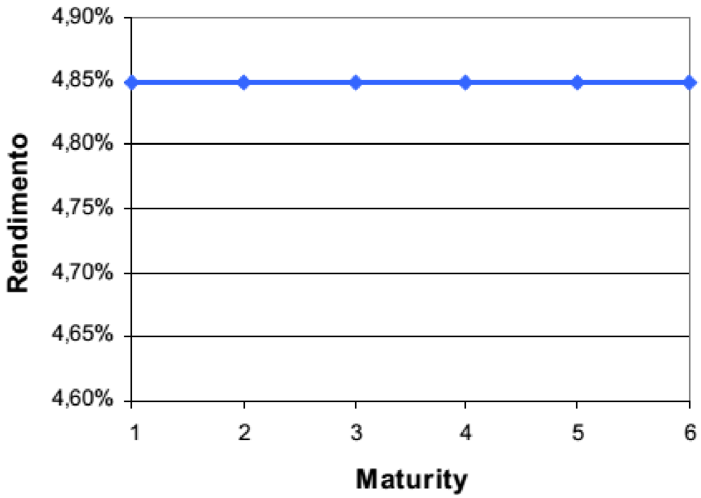
$$PA = \frac{ced_1}{(1+tret)} + \frac{ced_{rif\_(1,2)+s}}{(1+tret)^2} + \ldots + \frac{ced_{rif\_(n-1,n)+s}}{(1+tret)^n} + \frac{VR}{(1+tret)^n}$$

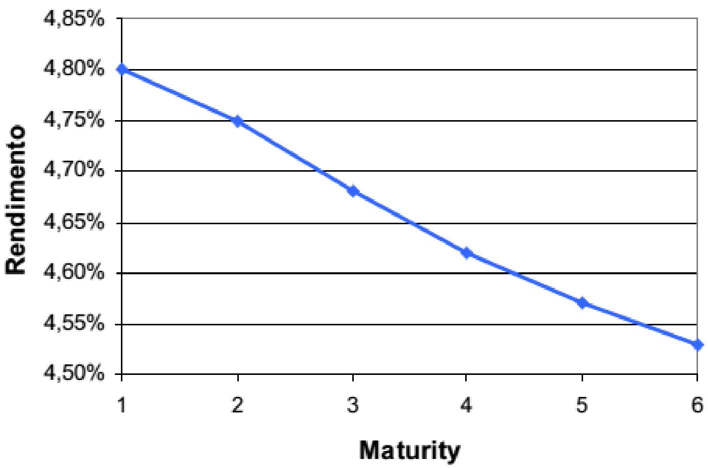
La stima dei tassi forward sulla base della curva dei rendimenti a scadenza

- Il rendimento di un titolo obbligazionario dipende da diversi fattori:
  - il rischio di credito legato all'emittente (ne parleremo più avanti),
  - la liquidità
  - la durata dell'investimento
- La curva dei rendimenti per scadenza (*yield curve*) rappresenta il rendimento dei titoli in funzione della loro vita residua
- Per isolare la relazione scadenza-rendimento, la curva viene spesso costruita in riferimento ai titoli di Stato, caratterizzati da un rischio di insolvenza molto ridotto e da elevata liquidità

La curva dei rendimenti può assumere tre “configurazioni tipo” rispetto alla scadenza:







https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html

Qualche approfondimento

- Come si stimano i tassi forward
- La quotazione dei titoli di stato e delle obbligazioni

La stima dei tassi *forward* sulla base della curva dei rendimenti a scadenza

- In base alla teoria delle **aspettative pure**, il **rendimento** delle due seguenti **strategie** di investimento deve risultare **uguale**:
  - investire 1 € con scadenza pari a 2 anni
  - investire 1 € per 1 anno e impiegare alla scadenza il montante per un nuovo investimento ad 1 anno (*roll-over*)

$$1€ \times (1 + r_{0,2})^2 = 1€ \times (1 + r_{0,1}) \times (1 + r_{1,2})$$

Quindi

$$r_{1,2} = \frac{(1 + r_{0,2})^2}{(1 + r_{0,1})} - 1$$

In caso contrario, si aprirebbero opportunità di arbitraggio.

dove

$r_{0,2}$: rendimento su base annua di un investimento con inizio immediato e durata due anni

$r_{0,1}$: rendimento su base annua di un investimento con inizio immediato e durata un anno

$r_{1,2}$: rendimento atteso su base annua di un investimento con inizio tra un anno e durata un anno.

La quotazione delle obbligazioni

Le obbligazioni sono sempre quotate in termini % rispetto al valore nominale:

Un prezzo di 98 significa che il titolo viene scambiato al 98% del suo valore nominale (100 o 1.000)

Le obbligazioni possono essere quotate a:

- Corso secco: prezzo di negoziazione non include la componente interessi (**rateo**) maturata fino a quel momento
- Corso tel quel: il prezzo include anche il rateo di interessi

- N.B. Con «PA», noi intendiamo il «Prezzo tel quel», già comprensivo del rateo di interessi

Train your brain

La quotazione delle obbligazioni

- ***rateo:*** la parte di interessi maturata dall'ultimo stacco di cedola al giorno di acquisto, ma non ancora incassata e dipende da:
  - il livello di cedola da ripartire pro-tempore
  - il numero di giorni del periodo sulla base del quale la cedola viene ripartita
  - il numero dei giorni intercorsi tra l'incasso dell'ultima cedola e il giorno di valuta dell'operazione

Train your brain

CALCOLO DEL RATEO

Tasso cedolare 6% pagato due volte l'anno

godimento	regolamento	stacco cedola
1.1.20xx	1.2.20xx	1.7.20xx

Gli interessi maturati al giorno 1.2.20xx
(e cioè 31 gg dopo l'ultimo godimento) corrisponderanno a:

$$\frac{31}{181} \times \frac{6}{2} = €0{,}51381 \text{ per } €100 \text{ di capitale}$$

Valore lordo, si applica ritenuta 12,5%

Data godimento esclusa e data regolamento inclusa;
Approssimazione del rateo di 5 cifre decimali per 100 € di capitale

Train your brain

I rischi degli strumenti obbligazionari (fixed income)

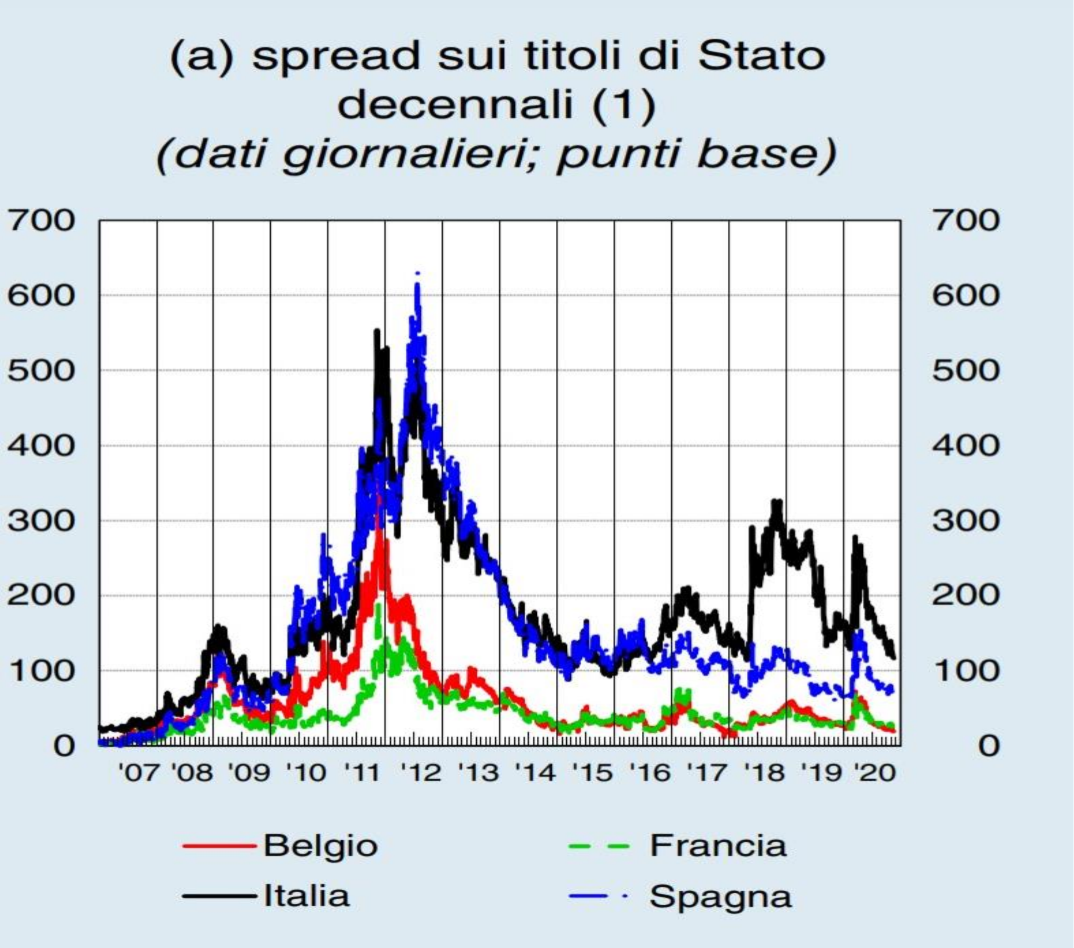
- Rischio di default

- Rischio di tasso

Il rischio emittente: il *rating* https://www.spglobal.com/ratings/en/about/intro-to-credit-ratings

Descrizione	Fitch's long term ratings scale
Highest credit quality: exceptionally strong capacity for payment of financial commitments. This capacity is highly unlikely to be adversely affected by foreseeable events	AAA
Very high credit quality: very strong capacity for payment of financial commitments. This capacity is not significantly vulnerable to foreseeable events.	AA
High credit quality: the capacity for payment of financial commitments is considered strong. This capacity may, nevertheless, be more vulnerable to adverse business or economic conditions than is the case for higher ratings.	A
Good credit quality: the capacity for payment of financial commitments is considered adequate but adverse business or economic conditions are more likely to impair this capacity.	BBB
Speculative: elevated vulnerability to default risk, particularly in the event of adverse changes in business or economic conditions over time; however, business or financial flexibility exists which supports the servicing of financial commitments.	BB
Highly speculative: material default risk is present, but a limited margin of safety remains. Financial commitments are currently being met; however, capacity for continued payment is vulnerable to deterioration in the business and economic environment.	B
Substantial credit risk: default is a real possibility.	CCC
Very high levels of credit risk: default of some kind appears probable.	CC
Exceptionally high levels of credit risk: default is imminent or inevitable, or the issuer is in standstill.	C
Default	D

I termometri del mercato: i differenziali di rendimento (*spread*)



Per capire cosa è lo SPREAD guarda il seguente video

https://www.youtube.com/watch?v=9OBLziOC-qs

E guarda i differenziali per emissioni con rating AAA sulla curva dei rendimenti https://www.ecb.europa.eu/stats/financial_markets_and_interest_rates/euro_area_yield_curves/html/index.en.html

Fonte: Banca d'Italia, *Rapoporto Stabilità Finanziaria , n.2, 2020*

I fattori che determinano il livello dei tassi di interesse

- Il tasso di interesse sintetizza:
  - la preferenza intertemporale per il consumo
  - il tasso atteso di inflazione
  - la durata del contratto
  - il rischio di insolvenza associato allo specifico contratto e altri rischi connessi allo strumento

Tasso di interesse in un contratto di debito

$$i = i_r + E(p) + mp + rp$$

Il **risk premium** = la maggiorazione richiesta a fronte del rischio di insolvenza e di liquidità

Il **maturity premium** = remunerazione richiesta per investimenti a lunga scadenza

Il tasso di inflazione atteso = perdita del potere d'acquisto

Il tasso di interesse reale = preferenza intertemporale per il consumo

Il tasso di interesse nominale (tasso risk free)

Il rischio prezzo

- Tra il tres e il prezzo del titolo esiste una relazione inversa

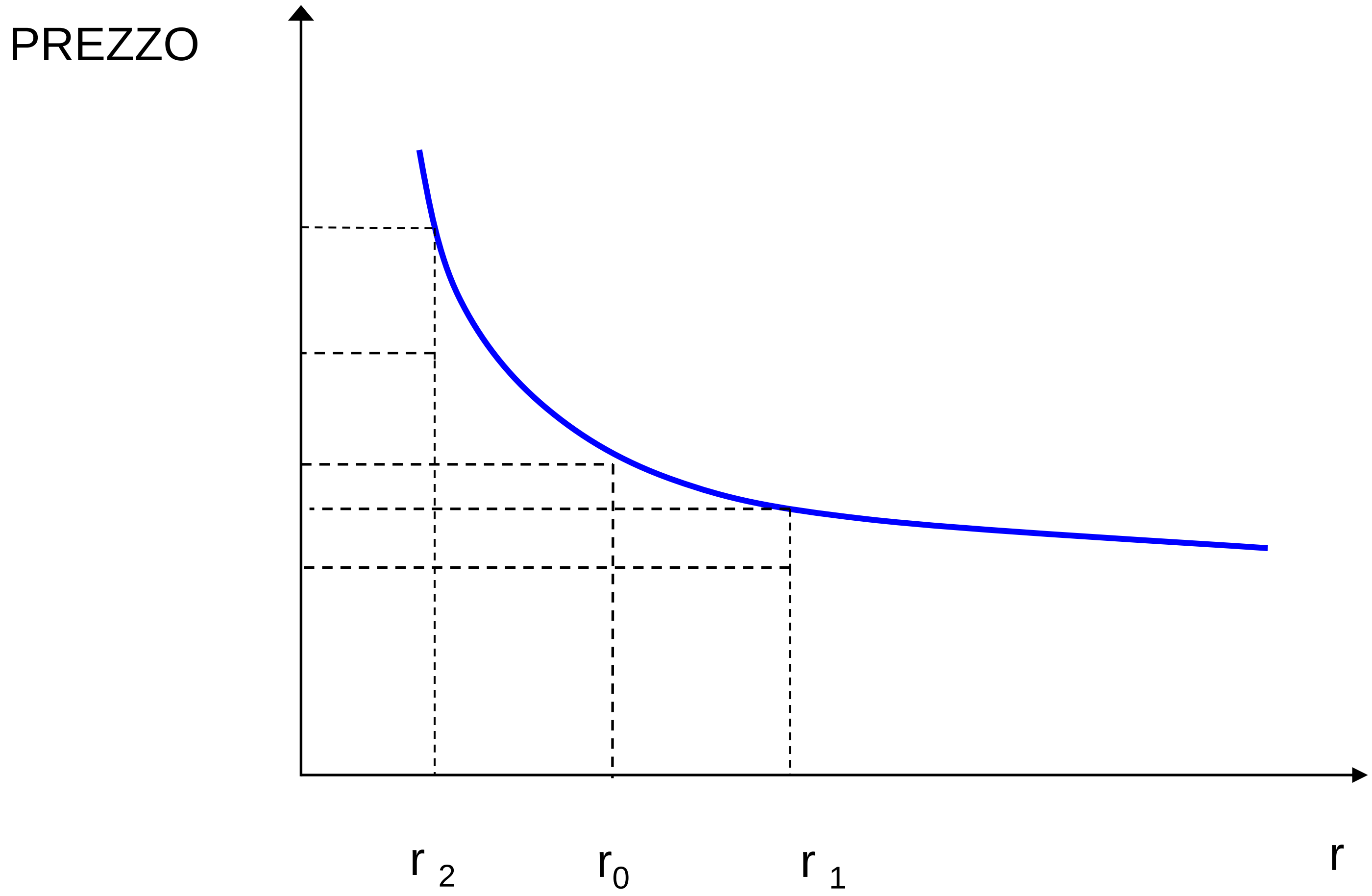
$$P = \sum_t \frac{FC_t}{(1+r)^t}$$

La variazione percentuale del prezzo del titolo, generata dalla variazione percentuale del tasso di rendimento, è misurata dalla

$$\text{VOLATILITA'} = -\frac{\Delta\%\,P}{\Delta\%\,r}$$

Una variazione di r genera variazioni di prezzo la cui entità varia in funzione delle diverse caratteristiche dei titoli considerati

La relazione prezzo- rendimento



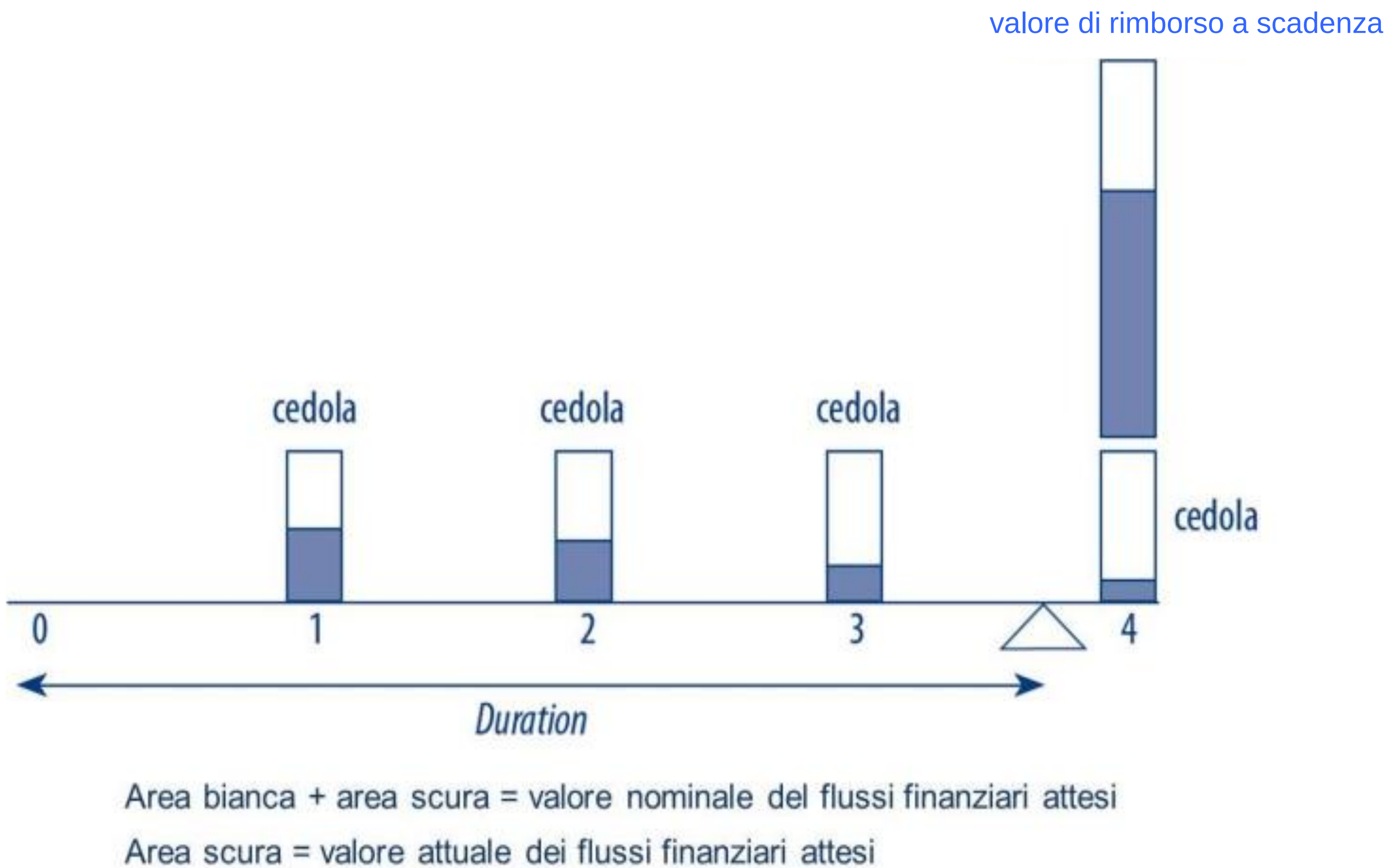
Rapporto prezzo - rendimento

Al variare di r, il prezzo dei titoli varia in modo inverso e in particolare varia:

- tanto più, quanto **maggiore è la vita residua** (a parità di altre condizioni);
- tanto più, quanto **minore è l'entità della cedola** (a parità di altre condizioni);
- tanto più, quanto **minore è la frequenza della cedola** (a parità di altre condizioni).

La duration rappresenta la scadenza media finanziaria del titolo.

Nella prassi, la **duration** è utilizzata come indicatore della **velocità relativa di recupero dell'investimento iniziale**.



L'indicatore più diffuso per misurare la sensibilità del prezzo di un titolo obbligazionario alle variazioni del tasso di rendimento di mercato è la DURATION.

$$D = \frac{\sum_{t=1}^{n} \left(t \cdot \frac{FC_t}{(1+tres)^t} \right)}{\sum_{t=1}^{n} \frac{FC_t}{(1+tres)^t}} = \frac{\sum_{t=1}^{n} t \cdot \frac{FC_t}{(1+tres)^t}}{P_{telquel}}$$

D è espressa in anni

Esempio

Titolo con vita residua 2 anni, cedola 5% annua, Prezzo tq 101, tres 4,47%

$$D = \frac{\left(1x \frac{5}{(1+4,47\%)}\right) + \left(2x \frac{105}{(1+4,47\%)^2}\right)}{101} = 1,95\,\text{anni}$$

ossia 1 anno e 347 gg *(=0,95 x 365)*

- Se il titolo è zero-coupon, la duration è massima e coincide con la vita residua.

Esempio

Titolo z.c. con vita residua 2 anni; Prezzo tq 91,68; tres 4,44%

$$D = \frac{\left(2x \dfrac{100}{(1+4{,}44\%)^2}\right)}{91{,}68} = 2$$

*La Duration è assunta come **indicatore del rischio di prezzo***

……..e dipende dai medesimi fattori che influiscono sulla volatilità:

- vita residua,
- entità della cedola,
- frequenza della cedola.

La Duration è tanto maggiore, quanto maggiore è la **vita residua** dell'investimento, a parità di altre condizioni.

DURATION e VITA RESIDUA

Date le seguenti caratteristiche dei titoli:

Titolo	Vita residua (anni)	Tasso cedolare annuo	Frequenza cedola	P	TRES
A	2	5%	annua	100,99	4,47%
B	3	5%	annua	101,46	4,47%

$$D(A) = \frac{1 \text{ x } \frac{5}{(1+4{,}47\%)} + 2 \text{ x } \frac{105}{(1+4{,}47\%)^\wedge 2}}{100{,}99} = 1{,}9526$$

$$D(B) = \frac{1 \text{ x } \frac{5}{(1+4{,}47\%)} + 2 \text{ x } \frac{5}{(1+4{,}47\%)^\wedge 2} + 3 \text{ x } \frac{105}{(1+4{,}47\%)^\wedge 3}}{101{,}46} = 2{,}8605$$

Train your brain

Poiché D(A) < D(B), il titolo B è esposto ad un maggiore rischio di prezzo rispetto al titolo A.

La Duration è tanto maggiore, quanto minore è **l'entità della cedola**, a parità di altre condizioni.

DURATION ed ENTITA' DELLA CEDOLA

Date le seguenti caratteristiche dei titoli:

Titolo	Vita residua (anni)	Tasso cedolare annuo	Frequenza cedola	P	TRES
A	3	5%	annua	100,99	4,64%
B	3	10%	annua	114,70	4,64%

$$D(A) = \frac{1 \times \frac{5}{(1+4{,}64\%)} + 2 \times \frac{5}{(1+4{,}64\%)^{\wedge}2} + 3 \times \frac{105}{(1+4{,}64\%)^{\wedge}3}}{100{,}99} = 2{,}8602$$

$$D(B) = \frac{1 \times \frac{10}{(1+4{,}64\%)} + 2 \times \frac{10}{(1+4{,}64\%)^{\wedge}2} + 3 \times \frac{110}{(1+4{,}64\%)^{\wedge}3}}{114{,}70} = 2{,}7537$$

Poiché D(A) > D(B), il titolo A è esposto ad un maggiore rischio di prezzo rispetto al titolo B.

Train your brain

La Duration è tanto maggiore, quanto **minore è la frequenza della cedola** (a parità di altre condizioni)

DURATION e FREQUENZA DELLA CEDOLA

Date le seguenti caratteristiche dei titoli:

Titolo	Vita residua (anni)	Tasso cedolare annuo	Frequenza cedola	P	TRES
A	2	5%	annua	100,99	4,47%
B	2	5%	semestrale	101,1	4,47%

$$D(A) = \frac{1 \times \frac{5}{(1+4{,}47\%)} + 2 \times \frac{105}{(1+4{,}47\%)^{\wedge}2}}{100{,}99} = 1{,}9526$$

$$D(B) = \frac{0{,}5 \times \frac{2{,}5}{(1+4{,}47\%)^{\wedge}0{,}5} + 1 \times \frac{2{,}5}{(1+4{,}47\%)} + 1{,}5 \times \frac{2{,}5}{(1+4{,}47\%)^{\wedge}1{,}5} + 2 \times \frac{102{,}5}{(1+4{,}47\%)^{\wedge}2}}{101{,}1} = 1{,}9285$$

La Duration è tanto maggiore, quanto minore è la frequenza della cedola, a parità di altre condizioni.

Poiché D(A) > D(B), il titolo A è esposto ad un maggiore rischio di prezzo rispetto al titolo B.

Train your brain

VITA RESIDUA	DELTA P	EFFETTI	
		perdita in c/cap se r sale	guadagno in c/cap se r scende
lunga	alta	alta	alto
breve	bassa	bassa	basso

Attese sui tassi	Strategia
rialzo	acq. titoli a breve termine
ribasso	acq. titoli a lungo termine

ENTITA' DELLA CEDOLA	DELTA P	EFFETTI	
		perdita in c/cap se r sale	guadagno in c/cap se r scende
alta	bassa	bassa	basso
bassa	alta	alta	alto

Attese sui tassi	Strategia
rialzo	acq. titoli con cedola elevata
ribasso	acq. titoli a cedola bassa o z.c.

FREQUENZA DELLA CEDOLA	DELTA P	EFFETTI	
		perdita in c/cap se r sale	guadagno in c/cap se r scende
alta	bassa	bassa	basso
bassa	alta	alta	alto

Attese sui tassi	Strategia
rialzo	acq. titoli con cedola più frequente
ribasso	acq. titoli con cedola meno frequente

La Duration Modificata

Lo stimatore che misura la variazione del prezzo al variare del tasso di rendimento si ottiene derivando il prezzo del titolo in funzione del TRES

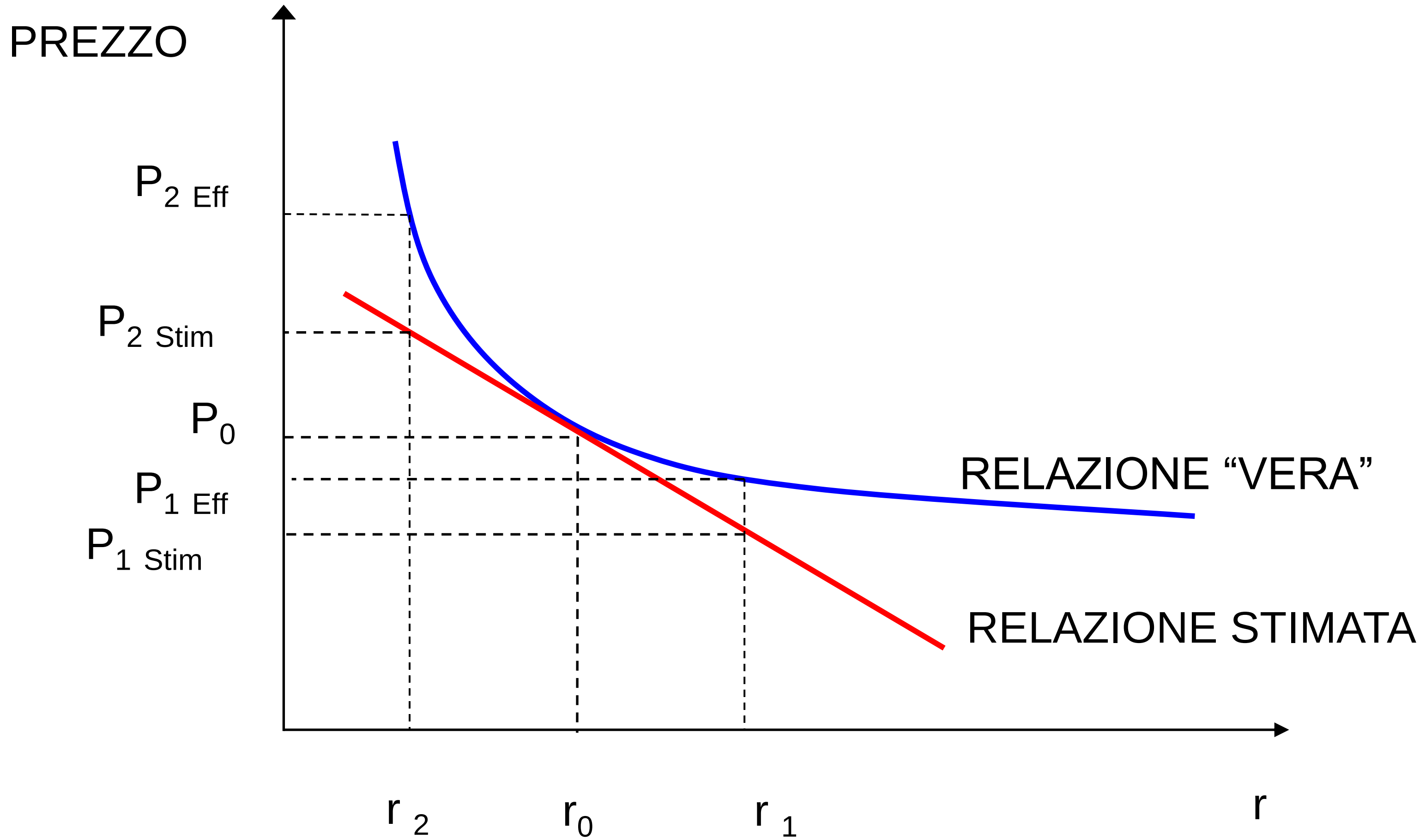
$$\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{r}} = -\frac{D}{(1+r)} \cdot P$$

$$\frac{\Delta \mathrm{P}}{\Delta \mathrm{r}} \cong -\mathrm{DM} \text{ x } \mathrm{P}$$

La DM misura la variazione del prezzo rispetto a variazioni <u>infinitesimali</u> del tasso di rendimento.

Limiti: non misura effettivamente la variazione di P al variare di r.

- **A cosa è dovuto l'errore che la DM compie nella stima di ΔP?**



- Quanto è precisa la DM nella stima del rischio prezzo?

Esempio

Titolo con vita residua 4 anni; cedola 5% annua; P 96,53; tres 6%

Se r aumenta dell'1,5%, cosa accade a P?

Procediamo a determinare il nuovo prezzo P' corrispondente al nuovo rendimento r':

- calcolando P' come somma dei flussi di cassa futuri attualizzati a r' e misurando la variazione percentuale rispetto a P
- stimando la variazione percentuale di P tramite la DM

$$P' = \frac{5}{1+7{,}5\%} + \frac{5}{(1+7{,}5\%)^2} + \frac{5}{(1+7{,}5\%)^3} + \frac{105}{(1+7{,}5\%)^4} = 91{,}63$$

ossia

$$\Delta \mathrm{P} = 91{,}63 - 96{,}53 = -4{,}90$$

$$\frac{\Delta \mathrm{P}}{P} = \frac{91{,}63 - 96{,}53}{96{,}53} = -5{,}08\%$$

Quale informazione ci offre DM?

$$D = \frac{\left(1 \times \frac{5}{1{,}06}\right) + \left(2 \text{ x } \frac{5}{1{,}06^2}\right) + \left(3 \text{ x } \frac{5}{1{,}06^3}\right) + \left(4 \text{ x } \frac{105}{1{,}06^4}\right)}{96{,}53} = 3{,}72$$

$$DM = \frac{D}{1+r} = \frac{3{,}72}{1{,}06} = 3{,}51$$

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -3{,}51 \text{ x } 1{,}5\% = -5{,}27\%$$

→ SOVRASTIMA DELLA PERDITA

Ipotizziamo che il tres diminuisca dello 0,5%, passando a r''=5,5%

$$P''=\frac{5}{1+5{,}5\%}+\frac{5}{(1+5{,}5\%)^2}+\frac{5}{(1+5{,}5\%)^3}+\frac{105}{(1+5{,}5\%)^4}=98{,}25$$

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{98{,}25-96{,}53}{96{,}53}=+1{,}78\,\%$$

Invece, in base a DM:

$$\frac{\Delta P}{P}\cong -3{,}51\,\text{x}\,(-0{,}5\%)=1{,}76\%$$

→ SOTTOSTIMA DEI GUADAGNI

Riepilogando:

- La duration è tanto maggiore quanto:
  - maggiore è la vita residua del titolo (a parità di altre condizioni)
  - minore è l'entità della cedola (a parità di altre condizioni)
  - minore è la frequenza cedolare (a parità di altre condizioni)
- Nella prassi la duration è utilizzata:
  - come indicatore della velocità di recupero di un investimento in titoli obbligazionari (**N.B.:** duration elevata = recupero in tempi lunghi)
  - come indicatore di volatilità del prezzo del titolo obbligazionario (**N.B.:** duration elevata = elevata volatilità), ma non misura la volatilità
- Una prima misura della volatilità è data dalla duration modificata.