

## ESEMPI DI ANALISI DI SISTEMI LINEARI TEMPO-INVARIANTI CON LA CONTROL SYSTEM TOOLBOX DI MATLAB

*Comandi base di MATLAB control system toolbox:*

definire una funzione di trasferimento chiamandola f1

**f1=tf([coeff. num. in ordine potenza di s decresc.], [coeff. den.])**

definire una funzione di trasferimento ff prodotto di 3 funzioni f1, f2, f3, **ff=f1\*f2\*f3**

calcolare la funzione di trasferimento in ciclo chiuso data la funzione in catena diretta g e la retroazione h chiamando il risultato gc

**gc=feedback(g,h)**

idem come sopra con retroazione unitaria h=1

**gc=feedback(g,1)**

trovare i poli di una funzione di trasferimento g

**damp(g)**

tracciare il diagramma di Bode di una funzione di trasferimento g

**bode(g)**

idem come sopra definendo il campo di frequenza (rad/s) tra omega\_min e omega\_max che si desidera visualizzare

**bode(g,{omega\_min,omega\_max})**

tracciare i diagrammi di Bode di 3 funzioni di trasferimento g1, g2, g3 sovrapposti

**bode(g1,g2,g3)**

tracciare il diagramma di Bode di una funzione di trasferimento g e calcolarne margini di fase e di guadagno

**margin(g)**

cancellare tutte le definizioni effettuate

**clear**

listare tutte le variabili

**who**

attivare l'ambiente di visualizzazione dei sistemi lineari

**ltiview**

## SEMPLICI ESERCIZI SVOLTI O DA SVOLGERE CON MATLAB

### Esercizio

Data la f.t.  $G$  (v. funzione sottostante), calcoliar i valori di MF e MG

Data la funzione di trasferimento

$$G = \frac{10(2s + 1)}{s(25s + 1)(0,5s + 1)}$$

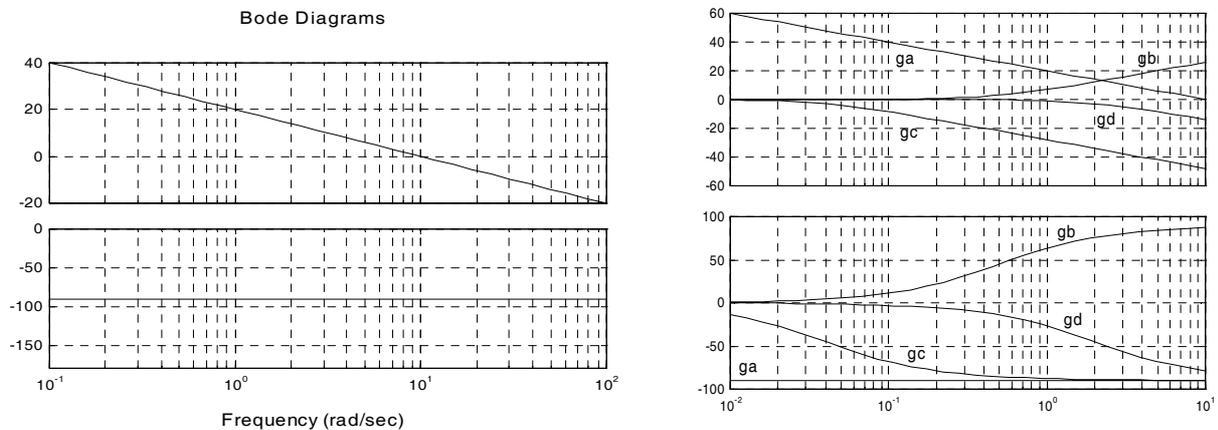
vengono definite le 4 funzioni di trasferimento parziali

$$GA = \frac{10}{s}, \quad GB = (2s + 1), \quad GC = \frac{1}{(25s + 1)}, \quad GD = \frac{1}{(0,5s + 1)}$$

con i comandi (rispettare le maiuscole/minuscole)  $ga=tf(10,[1,0])$ ,  $gb=tf([2,1],1)$ ,  $gc=tf(1,[25,1])$ ,  $gd=tf(1,[0.5,1])$

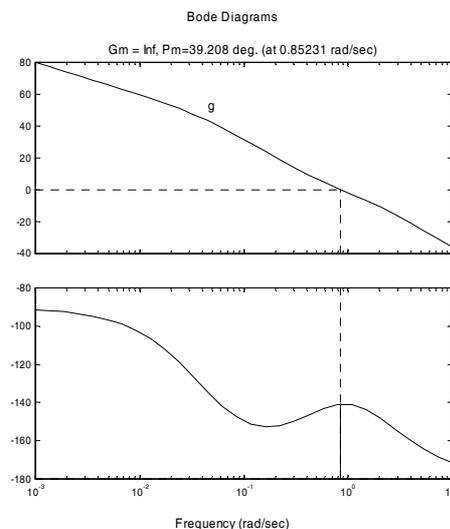
e viene definita la  $G$  come prodotto delle 4 parziali col comando  $g=ga*gb*gc*gd$ .

I diagrammi di Bode delle funzioni parziali si ottengono o separatamente coi comandi **bode(ga)**



**bode(gb)**, **bode(gc)**, **bode(gd)**, o sovrapposti col comando **bode(ga,gb,gc,gd)**

Il diagramma di Bode della funzione  $G$  e i margini di fase e guadagno si ottengono col comando **margin(g)**

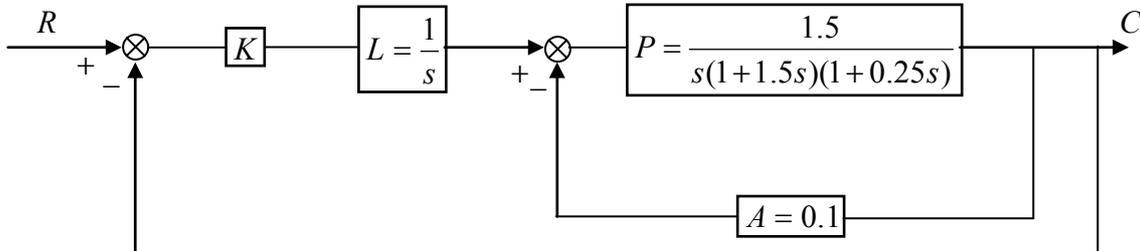


Osservazione: perché il margine di guadagno MG è infinito ?  
Si poteva prevedere questo risultato guardando l'espressione della f.t.  $G$  ?

Esercizio

Data il sistema dinamico rappresentato in figura:

- 1) determinare l'espressione della F.T. C/R in ciclo aperto
- 2) determinare il valore del guadagno K che porta il sistema al limite di stabilità
- 3) determinare l'intervallo di valori di K che fornisce un MF compreso fra 30° e 60°



1) Si determina la funzione di trasferimento P della catena diretta dell'anello interno definendo

$$GA = \frac{1.5}{s}, \quad GB = \frac{1}{(1.5s + 1)}, \quad GC = \frac{1}{(0.25s + 1)}$$

con i comandi **ga=tf(1.5,[1,0])**, **gb=tf(1,[1.5,1])**, **gc=tf(1,[0.25,1])**, **p=ga\*gb\*gc** e da questa la FT in ciclo chiuso M dell'anello interno **emme=feedback(p,0.1)**

La funzione di trasferimento G dell'anello completo in ciclo aperto, posto

$$L = \frac{1}{s}$$

si ottiene definendo **elle=tf(1,[1,0])** e **gca=elle\*emme**. Si ottiene

**Transfer function:**

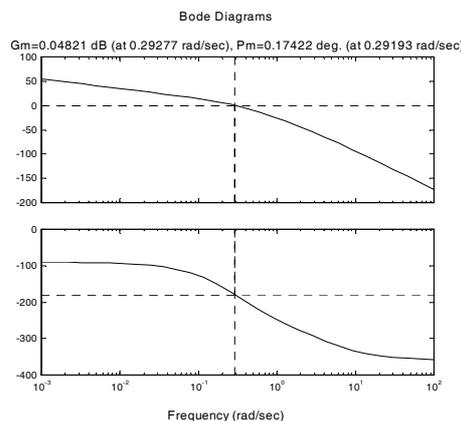
$$1.5$$

---


$$0.375 s^4 + 1.75 s^3 + s^2 + 0.15 s$$

2) Con il comando **margin(gca)**, si determina un MG di -25.1 dB (Attenzione: sistema INSTABILE, per K=1), corrispondente a un valore di Klim (al limite di stabilità) di circa 0.0553

Per verificare la stabilità del sistema si calcola il margine di fase di **gcalim=Klim\*gca** G con il comando **margin(gcalim)**, e si vede che il margine di fase e il MG sono quasi nulli (limite di stabilità).

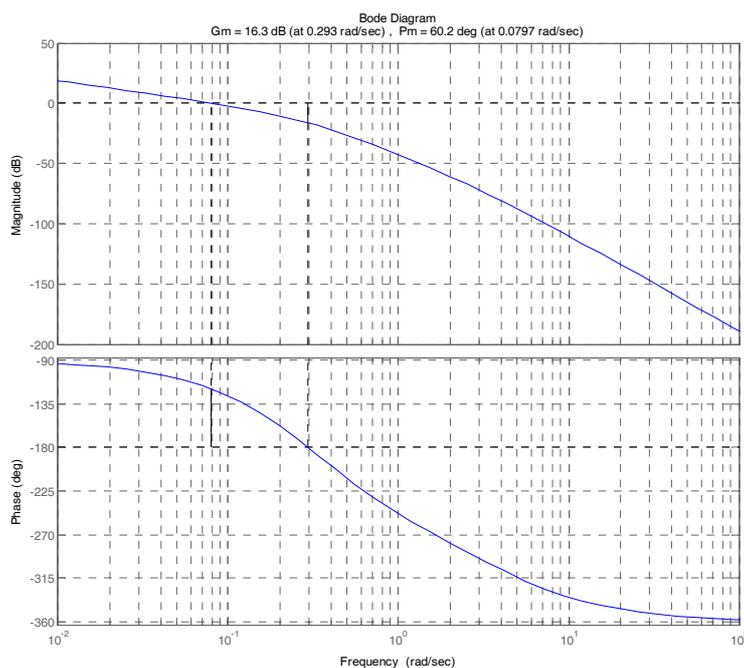
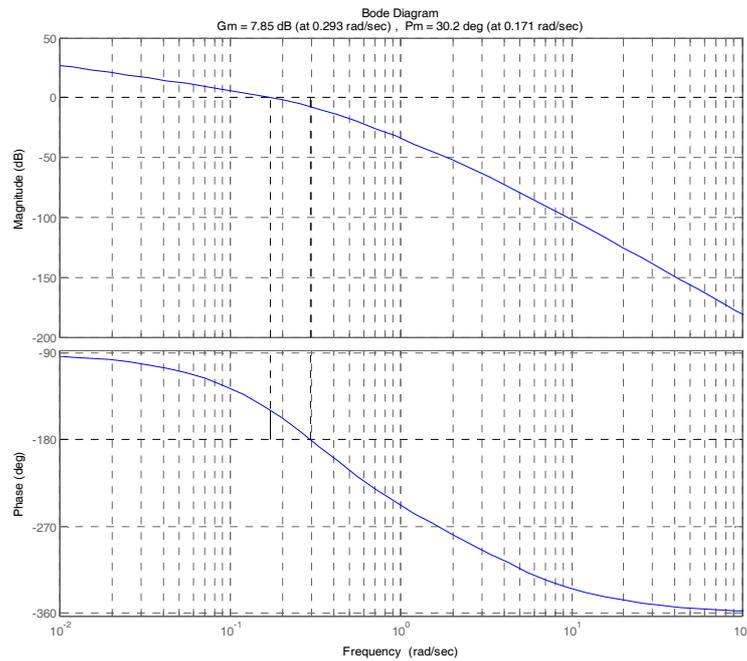


Con lo strumento **Itiview**, applicato al sistema "**gca**" si determinano: a) le frequenze per cui la fase vale  $-150^\circ$  e

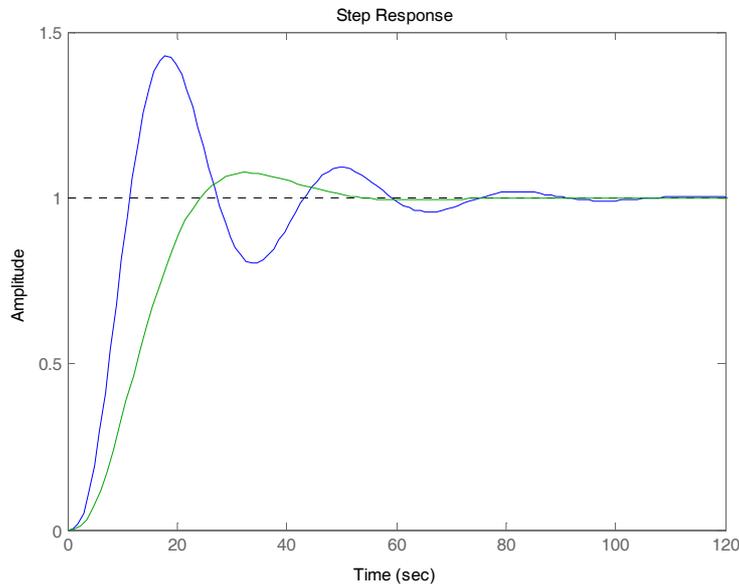
$-120^\circ$  (corrispondenti, se fossero omega di taglio, a MF di  $30^\circ$  e  $60^\circ$  rispettivamente): per queste due frequenze, nel diagramma delle ampiezze, si determinano i guadagni (positivi) della FT **gca**. Per portare il sistema ad avere i MF richiesti, sarà necessario diminuire il guadagno globale della FT di tali valori.

(soluzione (dati approssimati!): per MF= $30^\circ$  (fase= $-150^\circ$ ), la pulsazione è: 0.17 rad/s, il guadagno è: 33 db, per cui il guadagno è  $K=0.0224$  (cioè -33 db); per MF= $60^\circ$  (fase= $-120^\circ$ ), la pulsazione è: 0.08 rad/s, il guadagno è: 41.2 db, per cui il guadagno è  $K=0.0085$  (cioè -41.2 db)).

Nelle figure sottostanti sono mostrati i diagrammi di bode delle FT con i due guadagni calcolati (verificare la correttezza dei propri risultati)



Nella figura sottostante sono mostrati gli andamenti delle risposte a step dei due sistemi in ciclo chiuso ottenuti dai sistemi in ciclo aperto precedenti. Quale è la risposta del sistema con MF= 30°? Come si fa a capirlo? Perché il valore finale è unitario? Perché esso non cambia al cambiare del guadagno del sistema in c.a.?



Esercizio svolto: esempi di inserimento di semplici reti di correzione

E' data la FT di un sistema

$$g = \frac{22.4}{(1+7.25s)(1+2s)(1+0.58s)(1+0.25s)}$$

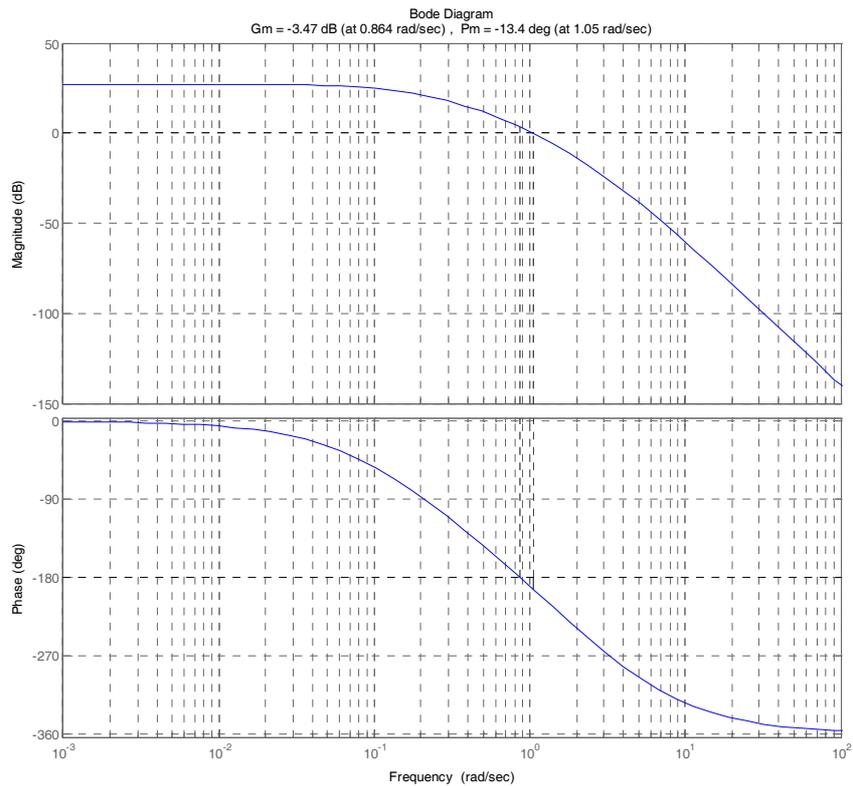
che viene definita in MATLAB con i seguenti comandi **a1=22.4**, **a2=tf(1,[7.52,1])**, **a3=tf(1,[2,1])**, **a4=tf(1,[0.58,1])**, **a5=tf(1,[0.25,1])**, **g=a1\*a2\*a3\*a4\*a5**.

Il diagramma di Bode e i margini di fase e di guadagno di ottengono con il comando **margin(g)** (v. figura sottostante).

Se si inserisce la g in un ciclo chiuso il sistema che si ottiene è instabile (DOMANDA: come si fa a capirlo?).

La FT **g1** del sistema in ciclo chiuso, con retroazione unitaria, si ottiene con il comando **g1=feedback(g,1)**. I poli di g1, si ottengono con il comando **pole(g1)**. Si ottengono 4 poli (-3.2631+0.1948i, -3.2631-0.1948i, 0.0846+0.9985i, 0.0846-0.9985i). (DOMANDA: da questo risultato si potrebbe capire se il sistema in c.c. è stabile o no?)

Si introduce una rete di correzione proporzionale inserendo nella catena diretta un guadagno **cp=0.2**. La FT in ciclo aperto **GCP** si ottiene coi comandi: **cp=0.2**, **gcp=cp\*g**. La corrispondente FT in ciclo chiuso con il comando **g1cp=feedback(gcp,1)** (DOMANDA: **g1cp** è stabile o no? Come si fa a capirlo?)



Si introduce in alternativa alla precedente una rete di correzione proporzionale-integrale inserendo nella catena diretta una FT

$$cpi = \frac{0.015(1 + 7.52s)}{s}$$

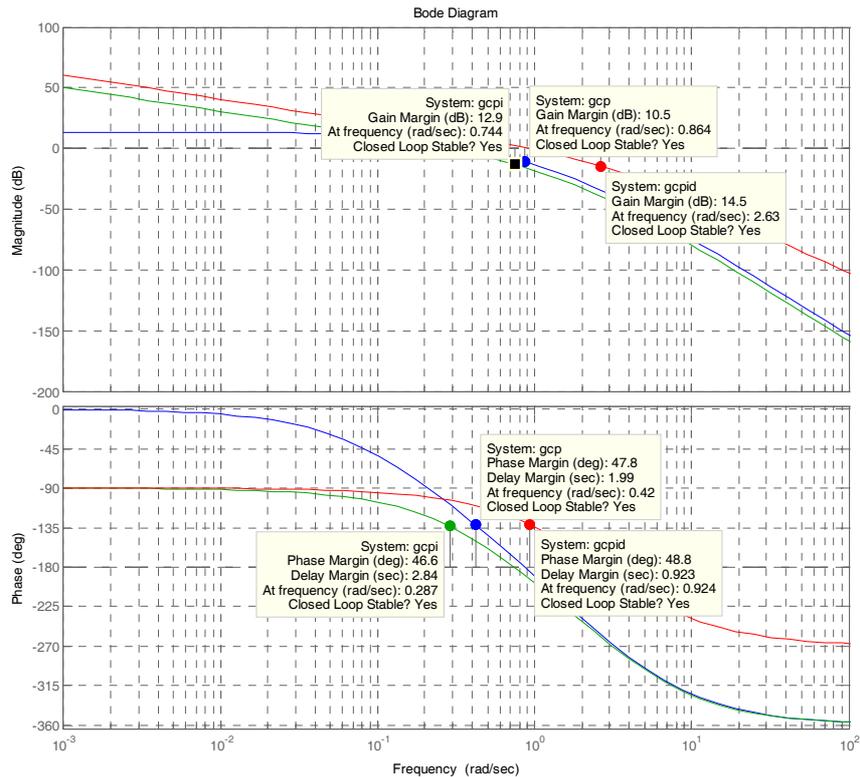
che viene definita con i comandi MATLAB: **cpia=tf(0.015,[1,0])**, **cpib=tf([7.52,1],1)**, **cpi=cpia\*cpib**. La FT in ciclo aperto *gcip* si ottiene col comando **gcpi=cpi\*g**. La FT in ciclo chiuso con il comando **g1cpi=feedback(gcpi,1)**. (DOMANDA: **g1cpi** è stabile o no ? Pensare ad almeno DUE modi diversi per rispondere alla precedente domanda)

Si introduce in alternativa alle precedenti una rete di correzione proporzionale-integrale-derivativa inserendo nella catena diretta una FT

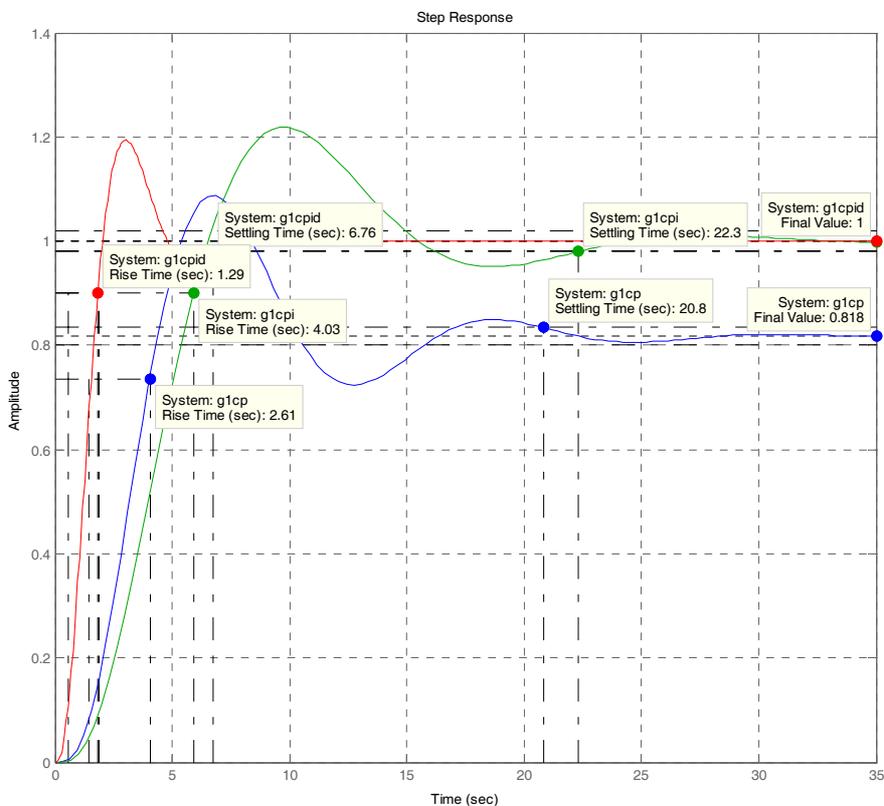
$$cpid = \frac{0.048(1 + 7.52s)(1 + 2s)}{s}$$

che viene definita con i comandi MATLAB: **cpida=tf(0.048,[1,0])**, **cpidb=tf([7.52,1],1)**, **cpidc=tf([2,1],1)**, **cpid=cpida\*cpidb\*cpidc**. La FT in ciclo aperto *gcpid* si ottiene col comando **gcpid=cpid\*g**. La FT in ciclo chiuso con il comando **g1cpid=feedback(gcpid,1)**.

I diagrammi di Bode delle tre FT corrette in ciclo aperto si ottengono con il comando **bode(gcp,gcpi,gcpid)**. (v. figura sottostante)



Le risposte nel tempo per ingresso a gradino delle rispettive funzioni in ciclo chiuso possono essere visualizzate con il comando `step(g1cp,g1cpi,g1cpid)` e poi con menù a tendina e selezioni facendo comparire i dati quantitativi relativi alle tre curve di risposta. (v. figura sottostante)



DOMANDA: discutere la correlazione (in termini di risposta transitoria e a regime) fra gli andamenti delle risposte a gradino dei cicli chiusi e quelli delle risposte in frequenza dei cicli aperti.